FABER-CASTELL

Sonderdruck

Stabrechnen schon im 7. Schuljahr aller Schularten?

Rechenstab-Brief

Verantwortliche Schriftleitung:

Dr. Peter Pirchan

Ing. Harald Bachmann

Hinweis:

Der Castell-Rechenstab-Brief wird kostenlos an Interessenten verschickt Weitere Druckschriften können angefordert werden.

H. Bartel

Stabrechnen schon im 7. Schuljahr aller Schularten?

Kuno F l a d t schreibt in seiner „Didaktik und Methodik des mathematischen Unterrichts", Frankfurt/M. 1950: „Aus den Veröffentlichungen von Albert R o h r b e r g geht meines Erachtens überzeugend hervor, daß ... der Rechenstab d a s Rechenwerkzeug ist, während die Logarithmentafel nurmehr eine Nebenrolle spielt." In seinem leider auslaufenden „Mathematischen Unterrichtswerk" von Fladt-Kraft-Dreetz behandelt er bereits am Anfang des Mittelstufenbandes, also etwa 2½ Jahre vor dem üblichen Auftreten der Logarithmen, den „Multiplikationsrechenstab".

Nachdem der „Deutsche Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts" in seinem „Kasseler Lehrplan von 1953" die Idee Fladts mit der lapidaren Feststellung „Der Rechenstab kann schon vor der Behandlung der Logarithmen verwendet werden" aufgenommen hatte, ging dieser gewichtige Satz, oft wörtlich, in die Lehrpläne der weiterführenden Schulen der meisten deutschen Länder über. Auch die Kultusministerkonferenz übernahm ihn 1958 in die „Richtlinien und Rahmenpläne" für den Mathematikunterricht: „Die Benutzung des Rechenstabes ist bereits vor der Behandlung der Logarithmen möglich."

Im Zuge dieser Entwicklung fand der Rechenstab auch Eingang in die Bildungspläne für die allmählich entstehenden freiwilligen 9. Schuljahre an den Volksschulen. Gleichlaufend damit erschienen in den Rechenbüchern für das 9. Schuljahr entsprechende Einführungslehrgänge.

Inzwischen wird auch in verschiedenen Neuauflagen der mathematischen Lehrbücher an Gymnasien und Realschulen die Erarbeitung des Rechenstabes bereits für das 7. Schuljahr (Quarta) und sogar auch für das 6. Schuljahr (Quinta) vorgesehen.

Mit der Einführung der Hauptschule und ihrer Anhebung zu einer weiterführenden Schulart, mit der dadurch notwendig werdenden Durchlässigkeit für die Schüler und der daraus resultierenden weitgehend gleichzeitigen Behandlung wichtiger Stoffgebiete wird auch in der Volks- und Hauptschule der Rechenstab mehr und mehr dem 7. Schuljahr zugewiesen. Ausschlaggebender als dieser schulpolitische und -organisatorische Grund sind jedoch sachlogische und psychologisch-pädagogische Gesichtspunkte für dieses Gleichziehen der Hauptschule. Einmal ist die Quarta aller Schularten das Schuljahr des bürgerlichen Rechnens mit seinen mannigfachen und geradezu idealen Verwendungsmöglichkeiten für den Rechenstab. Zum andern wäre eine eilige Behandlung erst im 9. Schuljahr mehr aus „optischen" Gründen so gut wie zwecklos, daher eigentlich als bedauerlicher Zeitverlust anzusehen und somit kaum zu verantworten. Wenn der Rechenstab dem Jugendlichen ein so vertrautes Gerät werden soll, wie es etwa Lineal, Zirkel und Winkeldreiecke sind, dann muß er so frühzeitig eingeführt werden, daß er dem Schüler zu einem unentbehrlichen Hilfsmittel wird, mit dem er sozusagen im Schlaf umgehen kann. Damit verschwinden bei einer ins 7. Schuljahr gelegten Behandlung auch für die unter ständiger Zeitnot stehenden Lehrer die meisten Bedenken fast von selbst. Denn wie leicht zu zeigen wäre, kommt die für die Einführung aufzuwendende Zeit spielend wieder herein. Ja, diese „Zeitrechnung" geht nicht nur 1:1 auf, sondern es wird bei der Gesamtbilanz sogar Zeit gewonnen — wenn der Stab rechtzeitig in die Schule Eingang findet, was bei dem jetzigen Stand der Entwicklung das 7. Schuljahr ist. Somit bedeutet der Rechenstab für den zeitnotbedrängten und stoffüllegeplagten Lehrer keine zusätzliche Belastung, sondern im Endeffekt eine spürbare Entlastung und Hilfe, natürlich auch für die Schüler.

Bald werden daher die verschiedenen mathematischen Lehrbücher von Verlagen in Berlin, Darmstadt, Düsseldorf, Frankfurt, Hannover, Nürnberg und Stuttgart sowie der baden-württembergische Hauptschulplan Modell und Vorbild für die anderen Kultusministerien und Verlage sein, den Rechenstab ebenfalls nicht später als ins 7. Schuljahr aller Schularten zu legen.

Der Zeitpunkt der Einführung bedingt nun sehr stark die methodische Gestaltung derselben, wenn man nicht den extremen Standpunkt des Kochbuchverfahrens einnimmt, weil ja vor Kenntnis der Logarithmen eine vollständige Einsichtgewinnung doch nicht möglich sei, wie zuweilen argumentiert wird. Durch die Vorverlegung der Behandlung des Rechenstabes in der Volksschule um 2 Jahre müssen die bereits vorhandenen methodischen Wege diesen veränderten Verhältnissen angepaßt werden, was wohl auch die bisherigen Erprobungen und Erfahrungen veranlaßt hätten und noch bewirken werden. So ist es im 7. Schuljahr nicht gut möglich, aus der Grundgleichung des Multiplikationsstabes die Stifelsche „Wunderfolge", auf der im Prinzip alle volksschulgemäßen Einführungsarten basieren, mathematisch-deduktiv zu erarbeiten. Dies ist auch gar nicht nötig; denn die genannte Folge läßt sich gemeinsam mit den Schülern „entdecken", wenn man nur die Einheitsstrecke mit dem zunächst noch unbezifferten Anfangspunkt und dem Endpunkt „2" annimmt und in Anologie zum Additionsstab nun multiplizierend weiterschreitet. Das ist erlaubt, weil ja gerade ein Stab gesucht wird, der — Strecken aneinanderfügend — die dazu gehörigen Zahlen vervielfacht, und es ist auch möglich, weil sowohl die zwei gleichen Summanden 2 als auch die zwei gleichen Faktoren 2 zum selben Ergebnis 4 führen. Ein weiterer glücklicher Umstand besteht darin, daß die Bezifferung des Anfangspunktes, die man zunächst noch nicht kennen kann, auch nicht erforderlich ist. Falls Schüler glauben, auf dem Beziffern des Anfangspunktes bestehen zu müssen, kann man ihn ruhig A oder auch X, ja sogar O nennen. Er ergibt sich dann zwangsläufig richtig zu „1", wenn man die so gefundene Stifelsche Folge von rückwärts liest und dabei das Bildungsgesetz erkennt. In derselben Weise kann natürlich auch die Null als Anfangspunkt der Skala des Additionsstabes noch einmal bestätigt werden. Stellt doch das Fortsetzen von Zahlenfolgen, gerade auch auf dieser Altersstufe, eine beliebte Art von Denkaufgaben dar, wie sie sich häufig in mathematischen Lehrbüchern und psychologischen Tests finden. Aber es geht wohl über die Fassungskraft dieser Schüler, wollte man von ihnen erwarten, daß sie mathematisch hergeleitet verstehen sollen, wie sowohl die Null als auch die Eins je einen Punkt als Bildstrecke von der „Länge null" haben und der Additions- und der Multiplikationsrechenstab trotzdem die verschiedenen Anfangspunkte 0 bzw. 1 zugeteilt erhalten müssen.

Es ist ebenfalls nicht möglich und auch gar nicht nötig, die Schüler den ganzen Multiplikationsstab „erfinden" lassen zu wollen. Diesbezügliche Vorschläge in der Literatur läßt man mehr und mehr fallen. Vielmehr genügt schon, wenn die Schüler erkennen,

daß es sich zwar um ungleichmäßig geteilte Skalen handelt, daß diese „ungleichabständige" Teilung aber doch auch wieder eine gesetzmäßige ist und in allen Bereichen von 1-2 bis 9-10 gilt, sowie von der verlangten Haupteigenschaft des Aneinanderfügens von Skalen herrührt. Diese Einsicht kann aber schon dadurch bewirkt werden, daß man die Schüler experimentierend erleben läßt, was in durchaus mathematisch einwandfreier Weise möglich ist, wie in allen genannten Bereichen das arithmetische Mittel zweier Zahlen nicht mit dem geometrischen Mittelpunkt der Bildpunkte dieser Zahlen zusammenfallen kann, sondern etwas rechts von ihm liegen muß. Beim Vergleich der Unterschiede zwischen 1,4 und 1,5; 2,8 und 3; 5,6 und 6 sehen die Schüler, daß trotz zunehmender Differenzen nicht etwa mehr „Raum" zur Verfügung steht, oder umgekehrt: daß auf gleicher Streckenlänge immer mehr Zahlen untergebracht werden müssen. Sie erkennen daran auch wieder den grundsätzlichen Unterschied zwischen der Additions- und der Multiplikationsskala und damit das Wesen und die Gesetzmäßigkeit der letzteren. Mehr zu erkennen oder scheinbar „erfinden" zu lassen, ist aber wirklich nicht nötig und auch kaum möglich. Besteht doch letzten Endes der Hauptzweck dieses versuchten Einsichtgewinnens darin, den unangenehmen, ja geradezu niederschmetternden Eindruck zu beseitigen oder erst gar nicht aufkommen zu lassen, der beim ersten Blick auf diese beengende und beängstigende Fülle von Skalen und Zahlen, von Zeichen und Strichen entstehen und für immer eine Abneigung gegen den Rechenstab hervorrufen kann.

Alle die für das 9. Volksschuljahr bereits bestehenden methodischen Wege werden an Brauchbarkeit gewinnen, wenn sie bei der nun einmal notwendigen Umstellung auf das 7. Schuljahr mehr auf den Grundgedanken Stifels ausgerichtet werden, dessen „Wunderfolge" aber nicht wie ein Deus ex machina auftreten, sondern arbeitsunterrichtlich entwickelt werden sollte. In diesem Sinne einer echten originalen Begegnung zwischen Schüler und Bildungsgut ist die nachfolgende Einführung in rechenbuch- und zugleich lesebogenartiger Darstellung für die 7. und natürlich auch die 8. Klassen aller Schularten gedacht.

Literatur:

Breidenbach, W., Rechnen in der Volksschule, Berlin, Hannover, Darmstadt 1963
Drenckhahn, Arbeitsbuch 9. Schuljahr, Frankfurt 1963
Fladt-Kraft-Dreetz, Mathematisches Unterrichtswerk, Mittelstufe, Frankfurt, Berlin, Bonn, 1959
Fricke-Müller, Rechnen und Raumlehre 9. Schuljahr, Stuttgart
Gassner-Koch, Rechenbuch für Volksschulen, Darmstadt, Hannover, 1964
Huber R., Rechenstab-Lehrbuch, Stein bei Nürnberg, 1964
Ilse-Tietz usw., Mathematik Klasse 7, Berlin 1965
Kuypers, Mathematikbuch für Realschulen, Band 3, Klasse 7, Düsseldorf 1966
Reidt-Wolf-Athen, Elemente der Mathematik, Vorstufe Heft 2 (6. Schuljahr), Hannover, Paderborn 1941
Thyen, Übungsbuch für den Rechenunterricht

Einführung in den Rechenstab

Die einfachste Rechenmaschine

Wie wir schon wissen, kann man die natürlichen Zahlen durch geschweifte Klammern oder durch Pfeile oder durch Punkte am Zahlenstrahl darstellen oder — wie man auch zu sagen pflegt — auf dem Zahlenstrahl abbilden. Der Anfang ergibt dabei den Nullpunkt:

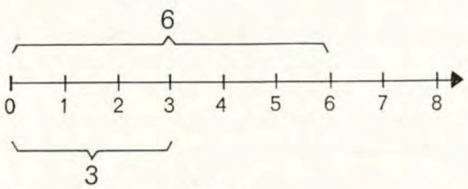


Abb. 1a

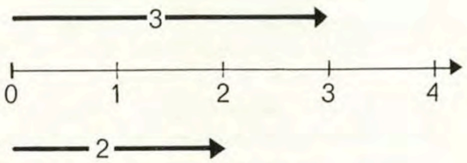
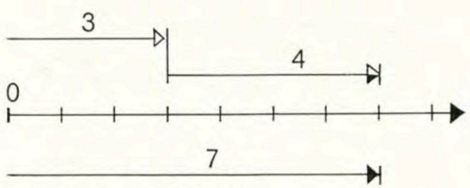
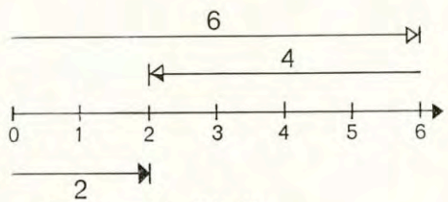


Abb. 1b

Jeder Zahl wird also ein Bildpunkt zugeordnet und damit zugleich eine Strecke, nämlich die Entfernung vom Nullpunkt zum Bildpunkt. Indem man also Zahlen als Strecken von einem Anfangspunkt aus auffaßt, kann man sie am Zahlenstrahl addieren und subtrahieren:



3 + 4 = 7 Abb. 2a



6 — 4 = 2 Abb. 2b

Erläuterung der auch auf der Rückseite des Castell Mentor 52/80 angebrachten Pfeile:

Der Pfeil mit weißer Spitze bedeutet den ersten Schritt,
der Pfeil mit schwarz-weißer Spitze gibt den zweiten Schritt an, und
der Pfeil mit schwarzer Spitze zeigt den dritten Schritt.

Wenn man sich aber jedesmal erst die Zeichnung anfertigen muß, ist diese geometrische Art des Rechnens umständlicher als die gewöhnliche. Andererseits hat jeder Schüler einen oder mehrere solcher Zahlenstrahlen in seiner Büchertasche, nämlich in Gestalt des Lineals oder der Winkeldreiecke (Zeichendreiecke). Damit wird das geometrische Rechnen schon einfacher. Diese Geräte haben auch noch eine Feineinteilung, so daß wir außer den natürlichen auch gebrochene Zahlen abbilden sowie addieren und subtrahieren können:

1. Bilde auf dem Zahlenstrahl ab: 2; 3; 4; 5; 6; 1,5; 2,5; 3,25; 4,75; 5,2; 5,6; 5,8; 6,1; 6,3; 6,5.

   a) Wähle als Einheitsstrecke, d. h. als Entfernung vom Nullpunkt zum Bildpunkt „1", 1 cm!

   b) Nimm für dieselben Abbildungen als Einheitsstrecken 2 cm und 3 cm!

2. Löse die Aufgaben der Abb. 3 und der Abb. 4 durch Verschieben zweier Lineale oder Zeichendreiecke!

3. Bilde selbst fünf ähnliche Additions- und Subtraktionsaufgaben und löse sie in derselben Weise!

   Damit haben wir eine Rechenmaschine hergestellt. Aber auch in der Naturlehre nennen wir so einfache Maschinen wie Seil, Stange, Hebel und dergl. nicht Maschinen, obwohl sie vom Standpunkt der Naturlehre solche sind. Daher bezeichnen wir die Rechenmaschine, die wir jetzt erfunden haben, in bescheidener Weise auch nur als Rechenstab; früher sagte man dazu Rechenschieber.

Der Additionsrechenstab

4. Weil die beiden Lineale beim Verschieben leicht wegrutschen, fertigt sich jeder Schüler aus einem schmalen und einem etwa doppelt so breiten Pappstreifen, die ineinander verschiebbar sind, einen Rechenstab an. Er wird mit einer cm-Teilung versehen.

   Die beiden folgenden Abbildungen zeigen dies:

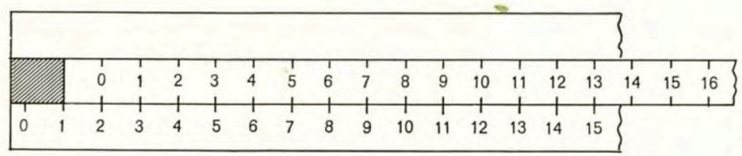


Abb. 3a

Abb. 3b

5. Versuche mit diesem Rechenstab auch einfache Multiplikations- und Divisionsaufgaben zu lösen!

   Ergebnis: a) Mit diesem Rechenstab kann man nur addieren und subtrahieren. Bei diesen Versuchen der Aufgabe 5 haben sich noch folgende Gesetzmäßigkeiten ergeben:

   b) Wenn man eine Additionsaufgabe löst, etwa 2 + 4 = 6, dann sind zugleich noch sehr viele andere Aufgaben eingestellt, je nachdem wie lang der Stab und wie fein die Einteilung ist. So kann man, wie die Abb. 3a zeigt, alle Aufgaben ablesen, die mit dem ersten Summanden 2 beginnen. Gib fünf derartige Aufgaben an!

   c) Mit der Additionsaufgabe 2 + 4 = 6 der Abb. 3a ist zugleich auch die Subtraktionsaufgabe 6 — 4 = 2 eingestellt. Darüber hinaus sind auch noch alle Subtraktionsaufgaben ablesbar, die die Differenz 2 als Ergebnis haben. Gib fünf derartige Aufgaben an!

Die beiden Ergebnisse b) und c), die durch die Versuche der Aufgabe 5 gefunden wurden, können kurz so zusammengefaßt werden:

Bei einer bestimmten Aufgabeneinstellung haben alle übereinanderstehenden Zahlen die gleiche Differenz, die auch unter der „0" des herausgezogenen Streifens ablesbar ist.

6. In dieser so einfachen Rechenmaschine scheint doch allerhand zu stecken! Übe zu Hause mit ihr und verschaffe dir die nötige Sicherheit im Addieren und Subtrahieren von abgebildeten Zahlen!

Nachdem nur diese beiden Grundrechenarten mit dem selbstgefertigten Stab ausgeführt werden können und die Subtraktion eigentlich keine ganz neue Rechenart, sondern nur die Umkehrung der Addition ist, nennt man dieses Gerät A d d i t i o n s - r e c h e n s t a b .

Damit das Folgende einfacher beschrieben und besser verstanden werden kann, vereinbaren wir einige Bezeichnungen:

Den festen Hauptteil unseres Rechenstabes nennen wir S t a b k ö r p e r oder auch kurz K ö r p e r .

Der bewegliche oder verschiebbare Teil heißt Z u n g e .

Alle bezifferten Strecken werden als S k a l e n bezeichnet. Wir unterscheiden sie durch Großbuchstaben:

Die auf dem Körper angebrachte (untere) bezifferte Strecke wird D - S k a l a genannt, die auf den unteren Rand der Zunge gezeichnete heißt C - S k a l a . Warum gerade die Buchstaben C und D verwendet werden, sehen wir später noch. Da wir die Buchstaben C und Z (in „Zunge") in gleicher Weise aussprechen, nämlich als „ts", kann eine Verwechslung nicht mehr erfolgen: Wenn wir „ts" in „C-Skala" aussprechen, denken wir gleich an denselben Laut „ts" in dem Wort „Zunge".

Der Multiplikationsrechenstab

Nun wollen wir versuchen, gemeinsam herauszufinden, wie man den Additionsrechenstab abändern muß, damit man mit ihm auch multiplizieren und dividieren kann. Dabei folgen wir dem Gedankengang des bedeutenden Rechenmeisters und Mathematikers Michael S t i f e l (1487-1567).

7a Zunächst stellen wir auf unserem Additionsrechenstab noch einmal die Aufgabe $2 + 2 = 4$ ein und legen ihn vor uns auf den Tisch. (Abb. 4a)

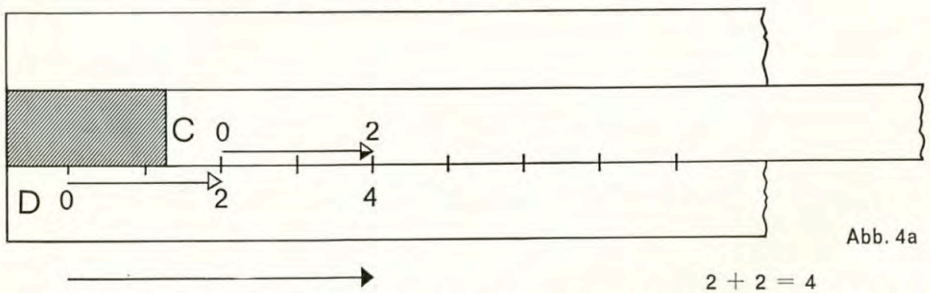


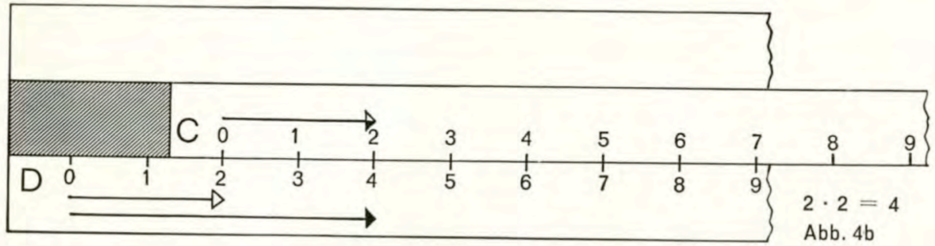
Abb. 4a

$2 + 2 = 4$

7b Dann nehmen wir einen bereits daheim hergestellten zweiten Stab der gleichen Größe und Bauart; er hat noch keine Bezifferung, aber die nämliche Stricheinteilung.

7c Wenngleich wir aus den Aufgaben 5) und 6) bereits wissen, daß man mit diesem Stab nicht multiplizieren kann, versuchen wir es doch mit der Aufgabe 2 m a l 2 = 2 + 2. Wir können diesen Versuch wagen, weil bei diesen beiden Aufgaben die

Summanden mit den Faktoren und auch die Ergebnisse übereinstimmen. Wir a d d i e r e n also auch auf diesem zweiten noch unbezifferten Stab die beiden Bildstrecken der auf den Skalen D und C abgebildeten Zahlen „2"! (Abb. 4b)



$2 \cdot 2 = 4$

Abb. 4b

7d Wir legen unsere beiden Stäbe, den Additions- und den „angehenden Multiplikationsstab" genau untereinander, wie es die Abbildungen zeigen; so e r k e n n e n w i r , wie die Beschriftung auf dem zweiten Stab gegenüber dem ersten abzuändern ist, wenn er ein Multiplikationsstab werden soll:

Auf C und D bezeichnen wir jeweils den dritten Skalenstrich mit „2". Und unter den fünften Strich der D-Skala setzen wir die „4", wie es die Aufgabe 2 mal 2 = 4 erfordert.

7e Damit sind wir berechtigt, die Ziffer „4" auch über den 5. Strich der Zungenskala C zu setzen. Wir sind auch genötigt, dies zu tun; denn — wie wir bereits wissen — erhalten wir nur dadurch eine Rechenmaschine, daß wir uns zwei völlig übereinstimmende Skalen verschaffen.

Das wird auch unser weiterer Weg sein: Immer wenn wir eine neue Ziffer gefunden haben, die wir auf der D-Skala eintragen dürfen, übertragen wir sie auch auf den entsprechenden Strich der Zungenskala C, d. h. auf den Strich mit der gleichen fortlaufenden Nummer, vom Anfangspunkt aus gerechnet.

Wir wissen bereits vom Additionsstab her, daß man mit einer Aufgabe zugleich viele andere Aufgaben eingestellt hat, nämlich Aufgaben, die mit der gleichen Zahl beginnen; im vorliegenden Fall müßten mit der eingestellten Aufgabe $2 \cdot 2 = 4$ weitere Aufgaben ablesbar sein, die mit dem Faktor 2 beginnen: 2 mal ...

Nun befinden sich auf unseren erst zu entdeckenden Multiplikationsskalen aber nur die beiden ersten Ziffern 2 und 4. Das ist zwar nicht viel, aber wir können damit schon wieder eine neue Multiplikationsaufgabe bilden.

8. Wie lautet diese Aufgabe?

9. Stelle diese Aufgabe $2 \cdot 4 = 8$ auf unserem Rechenstab ein, den wir zu einem Multiplikationsrechenstab ausbauen wollen!

Da uns das Ergebnis, nämlich 8, bekannt ist, können wir auf unserer D-Skala eine weitere Stelle beziffern.

10. Unter welchen, d. h. den wievielten Strich der D-Skala ist diese „8“ zu schreiben (den Anfangsskalenstrich mitgezählt)?

Diese „8“ dürfen wir, da die beiden Skalen D und C völlig übereinstimmen müssen, also auch über den 7. Strich der Zungenskala C setzen, wobei wir wieder den Strich am Anfang der Skala mitzählen. Die folgende Abb. 5 zeigt unseren Rechenstab in der bis jetzt entstandenen Form:

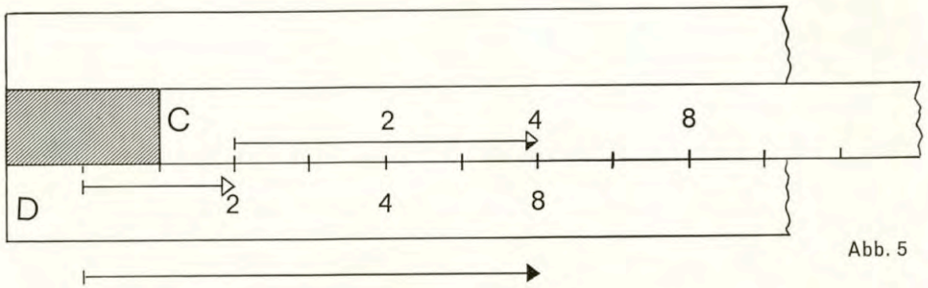


Abb. 5

Die Skalenbezeichnungen „2“ haben wir zunächst vom Additionsstab übernommen. Dann fanden wir mit Hilfe der ersten Aufgabe $2 \cdot 2 = 4$ die nächste Skalenziffer „4“. Anschließend arbeiteten wir uns mit der Aufgabe $2 \cdot 4 = 8$ zur Stelle „8“ vor.

11. Setze diese begonnene Reihe fort, d. h. lasse stets den 1. Faktor „2“ und verdopple von Aufgabe zu Aufgabe den zweiten Faktor, bis der ganze Rechenstab beschriftet ist!

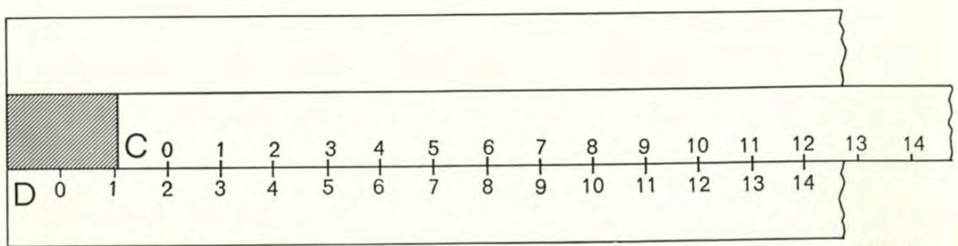
Nun wollen wir die Abbildungen 4b und 5 in eine Figur zusammensetzen, die Ergebnisse der Aufgabe 11 hinzufügen und zum Vergleich noch einmal die vollständige Abb. 4a darüberstellen. Dabei gehen wir wieder von der ersten Aufgabe $2 \cdot 2 = 4$ aus und sind uns bewußt, daß alle folgenden Aufgaben $2 \cdot 4 = 8$

$2 \cdot 8 = 16$

$2 \cdot 16 = 32$

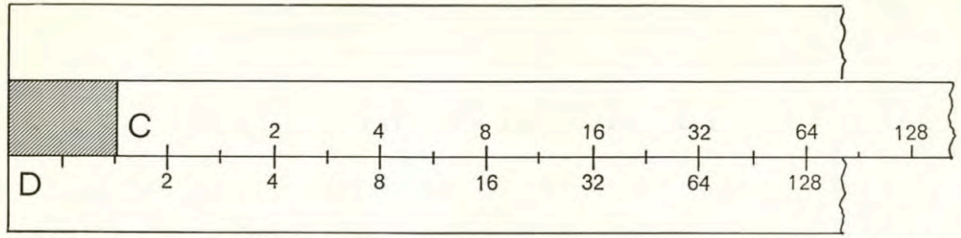
$2 \cdot 32 = 64$

usw. ebenfalls von dieser einen Einstellung abgelesen, d. h. in dieser einfachen Weise gelöst werden können.



Additionsstab: 2 + Summand

Abb. 6a



Multiplikationsstab: 2 · Faktor

Abb. 6b

Zwei wesentliche Unterschiede zwischen Additions- und Multiplikationsstab.

12. Betrachte die beiden Stäbe eingehend, löse noch einige Aufgaben mit ihnen und stelle die U n t e r s c h i e d e heraus!

Als äußerlichsten und ersten Unterschied wird man feststellen, daß beim Multiplikationsstab die Abstände von einer Zahl zur anderen doppelt so groß sind.

13. a) Warum ist dies nur eine reine Äußerlichkeit und überhaupt kein innerer oder wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Stäben?

Hinweis zur Beantwortung dieser Frage: Schau bei den Additionsstäben die Einheitsstrecken an, also jeweils die Entfernungen vom Anfangspunkt 0 bis zum nächsten Punkt, der „1“. Sie betragen in den bisher verwendeten Abbildungen:

Abbildungsnummer	3a	1a	6a	2b	1b
Länge der Einheitsstrecke	0,5 cm	1 cm	1 cm	1,5 cm	2 cm

b) Wir sehen, es kommt also auf die Länge der Einheitsstrecke gar nicht an! Sie wird so gewählt, wie es gerade zweckmäßig erscheint. Man könnte ebenso gut in der Abb. 6a die Einheitsstrecke vergrößern. Führe dies als Hausarbeit durch, indem du die Strecke verdoppelst!

c) Man könnte aber auch die Einheitsstrecke in der Abb. 6b verkleinern. Wir sehen aus der Figur, was unter der Einheitsstrecke bei der Multiplikationsskala gemeint ist: Die Entfernung zwischen dem ersten und dem zweiten Skalenstrich, also zwischen dem Anfangspunkt, den wir anschließend beziffern werden, und der Ziffer „2“.

Verkleinere nun die Einheitsstrecke der Abb. 6b auf die Hälfte!

d) Stelle als Hausarbeit die Abbildungen 6a, 6b und die Ergebnisse der Aufgaben 13b und 13c zusammen!

14. Welche Unterschiede bestehen zwischen den auf den Additions- und auf den Multiplikationsstab passenden Zahlen, wenn die beiden Stäbe gleich lang sind und die gewählten Einheitsstrecken übereinstimmen?

Zunächst wird man feststellen, daß die Anfangspunkte bei den Skalen des Additionsstabes mit 0 bezeichnet sind, während wir sie bei den Skalen des Multiplikationsstabes noch gar nicht beziffert haben.

15. Benenne die Anfangspunkte der Skalen des Multiplikationsstabes!

Begründe die Entscheidung!

Wenn man die beiden „Zahlenfolgen", die auf den Stäben vorkommen, jeweils von rückwärts liest, erkennt man rasch das betreffende Bildungsgesetz und kann dann ohne Schwierigkeiten das noch fehlende Anfangsglied der Multiplikationsskala anschreiben: Jedes Glied ist die Hälfte des vorhergehenden; dann kann nach „2" nur „1" kommen.

16. Führe diesen Beweis, daß „1" der Anfangspunkt der Multiplikationsskala sein muß, indem du diese „Zahlenfolge" der Skala umgekehrt, also jetzt in natürlicher Reihenfolge, betrachtest!

17. Nicht nur um das Beweisen zu lernen, sondern vor allem um dich im Einstellen von Multiplikationsaufgaben zu üben, sollst du noch auf eine dritte Art beweisen, daß „1" (und nicht „0" wie beim Additionsstab!) der Anfangspunkt der Multiplikationsskala ist! Hilfe dazu: Die nach der Aufgabe 11 angegebene Aufgabenreihe soll auch wieder nach rückwärts fortgesetzt und durch die noch fehlende erste Aufgabe 2 mal 1 = 2 ergänzt werden. Das ist eine durchaus nicht einfache Einstellübung!

Dieser Anfangspunkt „1" der Skala des Multiplikationsrechenstabes ist der **eine wesentliche Unterschied zum Additionsrechenstab.**

Ein weiterer wichtiger Unterschied liegt darin, wie d i c h t die Zahlen aufeinanderfolgen.

18. Zeichne eine Additions- und eine Multiplikationsskala, nimm als Einheitsstrecke je 3 cm und trage die natürlichen Zahlen ein, soweit es möglich ist!

Als Ergebnis dieser Aufgabe stellen wir den **zweiten wesentlichen Unterschied zwischen Additions- und Multiplikationsstab fest:**

Nur in der ersten, also der Einheitsstrecke, stimmen die beiden Stäbe überein. Je weiter wir beim Multiplikationsstab nach rechts gehen, um so mehr Zahlen müssen wir zwischen zwei Skalenstriche schreiben, so daß dies bald nicht mehr durchführbar ist. Oder mit anderen Worten: die Zahlen folgen immer dichter aufeinander. Oder noch anders ausgedrückt: Wenn man die natürlichen Zahlen richtig auf eine Multiplikationsskala aufträgt (abbildet), so werden die Abstände zwischen je zweien immer kürzer, je größer die Zahlen sind.

In diesem Sinne haben manche von euch die Aufgabe 18 nur zur Hälfte richtig gelöst. An zwei Beispielen soll dies gezeigt werden:

Ganz richtig habt ihr zwischen „4" und „8" nur die drei Ziffern 5, 6 und 7 eingefügt und entsprechend zwischen „8" und „16" nur die sieben Zahlen 9, 10, 11, 12, 13, 14 und 15. Dadurch betrugen die einzelnen Abstände

von 4 zu 5,
von 5 zu 6,
von 6 zu 7 und
von 7 zu 8 jeweils $^3/_4$ cm.

Entsprechend haben viele von euch innerhalb der Strecke zwischen „8" und „16" für die einzelnen Abstände $^3/_8$ cm genommen, also

von 8 bis 9,
von 9 bis 10,
von 10 bis 11,
von 11 bis 12,
von 12 bis 13,
von 13 bis 14,
von 14 bis 15 und
von 15 bis 16,

je $^3/_8$ cm. Im Vergleich zur Strecke zwischen „4" und „8" wurden also innerhalb des Bereichs von „8" bis „16" die einzelnen Abstände von Zahl zu Zahl zwar von $^3/_4$ cm auf $^3/_8$ cm verkleinert. Aber innerhalb jeder dieser beiden Strecken sind diese einzelnen Abstände jeweils unter sich gleich geblieben, haben also das eine Mal stets $^3/_4$ cm und das andere Mal immer $^3/_8$ cm betragen, anstatt daß sie von Zahl zu Zahl zwar nicht viel, aber ständig ein klein wenig abgenommen hätten.

19. Führe nach dieser Erläuterung die Aufgabe 18 noch einmal durch! Natürlich kannst du die einzelnen Abstände nicht genau ausrechnen; du sollst sie auch nur durch Probieren ungefähr angeben und damit zeigen, daß du den zweiten wesentlichen Unterschied zwischen Additions- und Multiplikationsstab verstanden hast.

20. a) Stelle aus Pappstreifen einen neuen Multiplikationsstab her, nimm die Einheitsstrecke zu 7,5 cm an, trage sie mehrfach ab und bezeichne die Skalenstriche mit „1", „2", „4", „8" und „16"!

b) Setze die „3" „einigermaßen richtig" zwischen die „2" und die „4"!

Nach diesen Übungen und den daraus gewonnenen Erkenntnissen wird niemand mehr die „3" genau in die Mitte zwischen 2 und 4 gesetzt haben. Trotzdem wollen wir noch zeigen, daß die Mitte keinesfalls die richtige Stelle sein kann und in welcher Richtung sie liegen muß. Wir nehmen einmal — wie wir jetzt schon wissen — f ä l s c h l i c h e r w e i s e an, die „3" müsse doch genau mit der Mitte zusammenfallen. Wir schreiben also — zunächst nur mit Blei — die Ziffer 3 an diese Stelle in beiden Skalen.

21. Stelle an diesem so veränderten Rechenstab die Aufgabe 3 · 3 ein!

22. Vergleiche das am Stab abgelesene Ergebnis mit dem rechnerisch ermittelten!

Mit Hilfe des Rechenstabes kann sich also nur 8 ergeben, während wir doch wissen, daß natürlich 9 herauskommen muß. Wenn wir also auch mit dem Stab das Ergebnis 9 erreichen wollen, muß der Skalenstrich für „3" etwas rechts von der Mitte angenommen werden. Nur dann kommen wir durch das Zusammensetzen der „Dreierstrecke" auf der Körperskala und der „Dreierstrecke" auf der Zungenskala etwas über den Skalenstrich „8" (auf dem Stabkörper abzulesen!) hinaus.

23. a) Setze nun in derselben Weise „einigermaßen richtig" die Zahl 1,5 zwischen „1" und „2"!

b) Stelle an deinem Rechenstab die Aufgabe 1,5 mal 1,5 ein!

c) Vergleiche das am Stab abgelesene Ergebnis mit dem rechnerisch ermittelten!

Auch hier können wir zeigen, daß die Bezifferung 1,5 keinesfalls genau in die Mitte zwischen „1" und „2" gesetzt werden darf, sondern etwas rechts davon angebracht werden m u ß, wie es schon die meisten von euch richtig gemacht haben:

$$1{,}5 \text{ mal } 1{,}5 = 2{,}25.$$

Dieser Punkt liegt also ein Stück rechts von der „2".
Nimmt man aber den Punkt 1,5 genau in der Mitte zwischen „1" und „2" an und fügt nun zu dieser halben Einheitsstrecke auf dem Stabkörper die gleiche halbe Einheitsstrecke auf der Zunge hinzu, so erreicht man genau die Stelle „2", aber nicht ein Stück rechts davon, wie es nach dem rechnerisch ermittelten Ergebnis sein muß. Daher ist die Annahme, die Bezifferung 1,5 müsse genau in die Mitte kommen, falsch. Man muß also diese Zahl etwas rechts davon setzen, um bei der Addition der beiden Teilstrecken zum Punkt 2,25 zu kommen, der rechts von „2" liegt.

24. Versuche durch eine einfache rechnerische Überlegung herauszufinden, welcher Dezimalbruch an die genaue Mitte zwischen „1" und „2" zu setzen ist!
Anleitung: Er muß etwas kleiner als 1,5 sein und muß — mit sich selbst malgenommen — ungefähr 2 ergeben.

25. Bestimme auf dieselbe Art, mit welcher Zahl der Mittelpunkt der Strecke zwischen „2" und „4" zu benennen ist!

26. a) Zeige in ähnlicher Weise wie oben, daß auch 6 und 12 nicht die genauen Mittelpunkte der Strecken zwischen „4" und „8" bzw. zwischen „8" und „16" sind.
b) Wie sind also die tatsächlichen Mittelpunkte dieser beiden Strecken zu beziffern?
c) Mußt du bei der Bezifferung der genauen Mittelpunkte der 2., 3. und 4. Strecke nach den Aufgaben 25 und 26b jedesmal so vorgehen, wie es in der Anleitung der Aufgabe 24 angeraten wird, oder lassen sich diese Werte einfacher bestimmen, wenn man den Mittelpunkt der ersten Strecke mit 1,4 gefunden hat?
Für den Fall, daß es zum Vergleichen nötig ist, folgen hier die Lösungen der Aufgaben 21 und 23 b:

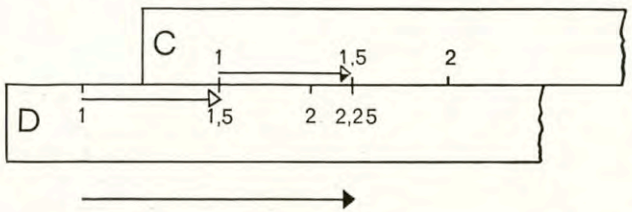
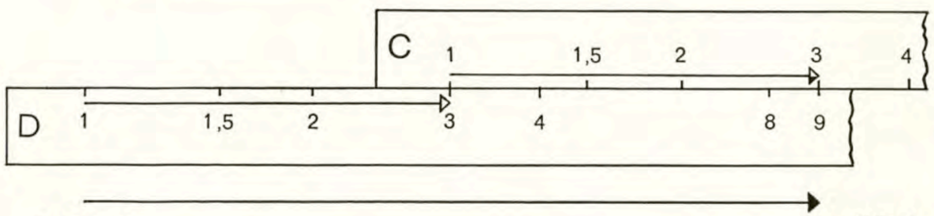


Abb. 7a

$1{,}5 \cdot 1{,}5 = 2{,}25$



$3 \cdot 3 = 9$

Abb. 7b

Dieser Gedanke, daß man nur zu addieren braucht, wo man multiplizieren müßte, mag euch neu und großartig erscheinen. Und doch ist er für euch nicht ganz neu. Ihr habt schon häufiger dieses Gesetz angewendet; nur ist es euch nicht so bewußt geworden.

27. Multipliziere:
$10 \cdot 10$, $10 \cdot 100$, $10 \cdot 1\,000$, $10 \cdot 10\,000$ usw.
$100 \cdot 10$, $100 \cdot 100$, $100 \cdot 1\,000$, $100 \cdot 10\,000$ usw.
$1000 \cdot 10$, usw.
usw. usw.

28. a) Formuliere dieses Gesetz, das du schon in früheren Jahren angewendet hast!
b) Vergleiche es mit dem Gesetz unseres Multiplikationsstabes!

29. Schreibe alle Zahlen der Aufgabe 27 als sogenannte Zehnerpotenzen, z. B. $100 \cdot 1000 = 10^2 \cdot 10^3 = 10^5 = 100\,000$ usw.!
Formuliere nach dieser Schreibweise dasselbe Gesetz und vergleiche den Wortlaut mit dem des Gesetzes unseres Multiplikationsstabes!

30. Schreibe die Zahlen unseres Multiplikationsstabes als Zweierpotenzen, d. h. als Potenzen mit der Basis oder Grundzahl 2, z. B. $4 = 2^2$, $8 = 2^3$ usw.!

31. Bilde die in der Aufgabennummer 11 angegebenen Aufgaben und weitere dieser Art in der Schreibweise der Zweierpotenzen, löse sie und gib auch jeweils das Ergebnis als Zweierpotenz an! Wie lautet hier das Gesetz, das wir dabei erkennen?

32. Bilde mit den verwendeten Zehner- und Zweierpotenzen der Aufgaben 23-28 nun in entsprechender Weise D i v i s i o n s a u f g a b e n und gib das dabei gefundene Gesetz an!

33. Fasse die beiden Gesetze in ein einziges zusammen!
Schon im 5. Schuljahr, ja bereits in der Grundschule, habt ihr zum Teil das Gesetz angewandt, das wir jetzt als **Grundlage unseres Multiplikationsrechenstabes** erkannt haben: Wir multiplizieren und dividieren Zahlen, indem wir sie in Potenzen verwandeln und deren Hochzahlen addieren bzw. subtrahieren.
Jetzt brauchen wir diese Hochzahlen nur noch umzubenennen in L o g a r i t h m e n, und damit können wir auch die in den Büchern üblichen Bezeichnungen „logarithmischer Rechenstab" oder Rechenstab mit „logarithmischer Skala" verstehen. Der Name L o g a r i t h m u s kommt von einem griechischen Wort und bedeutet nichts anderes als etwa „Rechenzahl". Ihr braucht euch diesen Fachausdruck nicht unbedingt einzuprägen.
Daß ihr n u r b e s t i m m t e Z a h l e n in Potenzen umschreiben könnt, braucht euch nicht zu stören. Die Mathematiker haben auch die übrigen dazwischen liegenden Zahlen als Potenzen berechnet, und deren Hochzahlen oder Logarithmen befinden sich als Strecken, die vom Anfangspunkt „1" aus gemessen werden, auf den logarithmischen oder Multiplikationsrechenstäben.
Nachdem wir nun deren Aufbau gut verstanden haben, werden wir auch leicht damit rechnen können.

Der „richtige", d. h. der nicht selbst hergestellte Rechenstab.

Er besteht aus den bereits vorgestellten Hauptteilen Stabkörper oder Körper und der Zunge. Der dritte Teil — er ist auch in der Reihenfolge der Wichtigkeit der dritte! — ist der L ä u f e r ; er umschließt den Körper ganz oder auch nur halb und kann, wie der Name schon sagt, leicht hin- und herbewegt werden. Durchgehend von oben nach unten hat jeder Läufer eines Rechenstabes irgendwelcher Bauart einen schwarzen oder roten Strich. Bei komplizierteren Stäben sind auf dem Läufer auch noch andere Striche oder Zeichen oder Buchstaben eingezeichnet, die uns jetzt im Schuljahr der Einführung, nicht interessieren.

Stellt man auf einem Rechenstab eine bestimmte Aufgabe ein, so sind gleichzeitig noch beliebig viele Aufgaben ablesbar, die alle mit demselben Faktor beginnen. Mit dem genannten Läuferstrich kann nun eine von den vielen Aufgaben herausgegriffen, gekennzeichnet und damit festgehalten werden. Dieser Läuferstrich leistet noch weitere gute Dienste. Wir sprechen aber erst dann darüber, wenn die betreffenden Aufgaben anstehen, damit wir möglichst rasch zum Rechnen kommen.

Es gibt Rechenstäbe mehrerer Firmen, und jede derselben stellt etwa bis zu einem Dutzend verschiedene Arten her. Nahezu alle stimmen jedoch in den beiden Skalen D und C überein, die wir mit dem gemeinsamen Namen G r u n d s k a l e n belegen wollen. Nur mit diesen wollen wir jetzt rechnen.

Da der Anfangspunkt der Grundskalen mit „1" und der Endpunkt mit „10" bezeichnet ist, ergeben sich 9 Zwischenräume oder Bereiche, von denen wir wissen, daß sie immer kleiner werden. Wegen ihrer verschiedenen Länge kann nicht in jedem Bereich die Feineinteilung die gleiche sein; aber sie ist auch nicht in allen Bereichen anders. Vielmehr gibt es d r e i verschiedene U n t e r t e i l u n g s a b s c h n i t t e : 1 - 2, 2 - 4 und 4 - 10.

Einfache Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit Ableseübungen im Unterteilungsabschnitt 1 - 2

Zunächst hat dieser Abschnitt 10 Unterteilungen, die mit 1.1; 1.2 usw. bis 1.9 beziffert sind. Der Punkt erinnert uns wieder, daß es sich nicht um Abschnitte gleicher Länge handelt. Wir sprechen daher auch nicht „eins Komma eins", sondern „eins eins". Jeder dieser 10 kleinen Abschnitte ist wiederum zehnmal unterteilt, wobei natürlich kein Platz mehr für eine abermalige Bezifferung bleibt.

34. Wie müßte die Bezifferung für diese 9 Skalenstriche zwischen „eins" ≙ „eins null" und „eins eins" lauten?

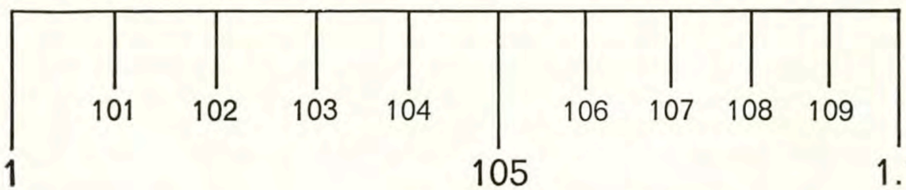


Abb. 8

Der 2. Skalenstrich unseres Rechenstabes wird also mit „eins null eins" angesprochen. Jetzt ist es auch klar, warum man den „Punkt" bei 1.1, 1.2 usw. nicht spricht. Er müßte bei der abermaligen Unterteilung mitgenannt werden, was schwerfällig wäre.

35. „Halbiere" mit dem Läuferstrich den ersten Skalenteil des Stabes, also den kleinen Bereich zwischen dem 1. und dem 2. Skalenstrich, d. h. zwischen „eins null null" und „eins null eins" oder mit Ziffern geschrieben: zwischen 100 und 101! Wie ist dieser „Halbierungspunkt" zu bezeichnen und anzusprechen?
Das ist eine einfache Durchschnitts- oder Mittelwertsbestimmung und ergibt daher 1005, wenn wir wieder das Komma bei dem rechnerischen Ergebnis ($\frac{100 + 101}{2}$ = 100,5) weglassen.

36. Liegt dieser „Halbierungspunkt" zwischen dem ersten und dem zweiten Läuferstrich, also der Punkt 1005, gesprochen „eins null null fünf", wirklich g e n a u in der Mitte zwischen den beiden Skalenstrichen?

Wir sind uns natürlich darüber im klaren, daß der Punkt 1005 etwas rechts vom genauen Mittelpunkt liegt oder umgekehrt gesagt: daß der genaue Mittelpunkt etwa mit 1004 zu beziffern wäre. Doch brauchen wir die Genauigkeit vorerst nicht so weit zu treiben. Tüftler dürfen es natürlich tun.

Wir wollen uns den ersten Unterabschnitt, der gleich hinter dem Anfangspunkt liegt, vergrößert herauszeichnen und genauer ansehen. Hier mußt du besonders gut aufpassen.

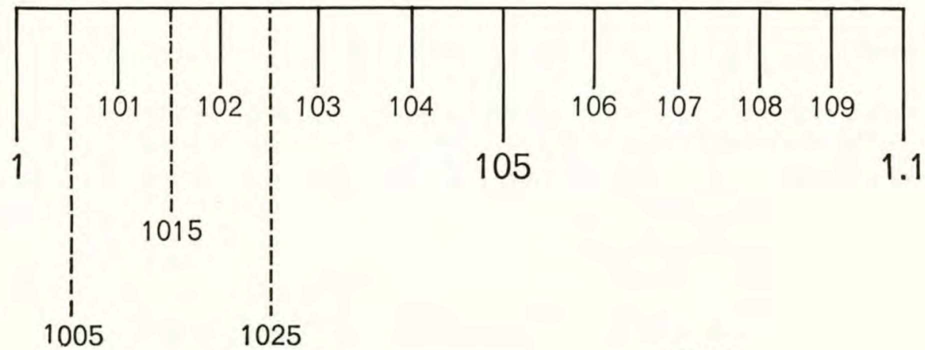


Abb. 9

37. Wer die Genauigkeit so weit treiben will, möge die Figur der Abb. 9 vervollständigen, d. h. die noch fehlenden sieben g e s t r i c h e l t e n Linien einzeichnen. Es genügt aber, wenn ihr die nicht bezifferten Skalenstriche des Rechenstabes, die in den Abbildungen 8 und 9 d ü n n eingezeichnet sind, ansprechen könnt.
Beim Anfangspunkt „1" ist noch zu beachten, daß er als 1, aber auch als 10, ebenso auch als 100 und zugleich auch als 1000 angesprochen werden kann, je nachdem welche Bezifferung man gerade im Auge hat:

a) Liest man nur die Bezifferung des Stabes, dann ist 1 als 10 aufzufassen, und fortlaufend ist so zu lesen: 1 ≙ 10 („eins null")
11 („eins eins")
12 („eins zwei")
usw. usw.

b) Will man dagegen die ersten n e u n nichtbezifferten Skalenstriche des Stabes ansprechen und den bezifferten Anfangspunkt „1" noch hinzunehmen, dann ist 1 als 100 aufzufassen, und fortlaufend ist so zu lesen:
1 ≙ 100 („eins null null")
101 („eins null eins")
102 („eins null zwei")
usw. usw.

c) Will man die zwischen diesen Bezifferungen liegenden Abstände noch „halbieren" und diese Stellen ansprechen, was wir jedoch erst im nächsten Schuljahr eingehender üben werden, dann ist 1 als 1000 („eins null null null") aufzufassen, und der „Halbierungspunkt" erhält dann die Bezifferung 1005 („eins null null fünf").

38. Löse folgende Aufgaben mit dem Rechenstab, wobei Überschlagsrechnung und Probe nicht übersehen werden dürfen!

a)	1,2 · 1,5	1,2 · 0,15	b) 1,8 : 1,5	1,8 : 0,15
	1,2 · 15	1,2 · 0,015	1,8 : 15	1,8 : 0,015
	1,2 · 150	1,2 · 0,0015	1,8 : 150	1,8 : 0,0015
	1,2 · 1500		1,8 : 1500	

c) Bilde selbst Beispiele!

Bei allen 14 Aufgaben benötigen wir n u r e i n e Einstellung auf dem Rechenstab. Das ist nur auf den ersten Blick verwunderlich. Bei der Probe durch schriftliches Rechnen sind es auch nur 2 Aufgaben, nämlich eine Multiplikations- und eine Divisionsaufgabe. Und beide ergeben auf dem Rechenstab nur e i n e Einstellung. Nachstehende Abbildung zeigt sie:

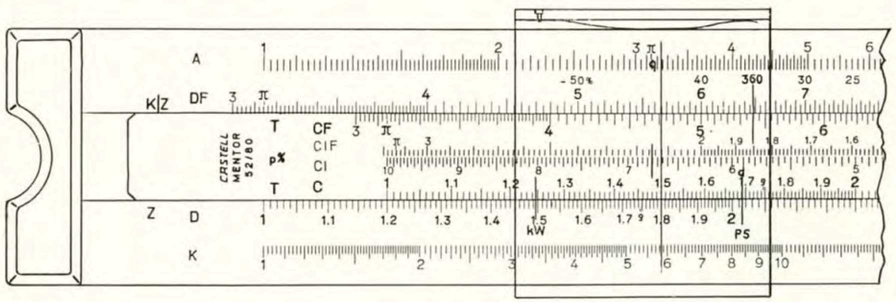


Abb. 10a

Da es sehr umständlich wäre, jedesmal den Rechenstab genau abzubilden, fertigt man sich bei Bedarf eine vereinfachte Zeichnung an:

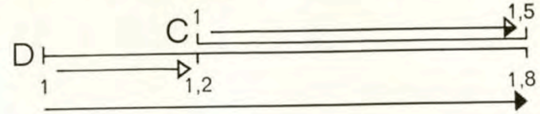


Abb. 10b

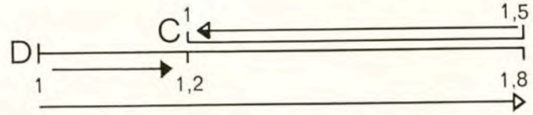


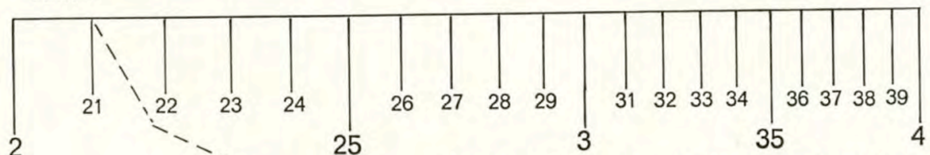
Abb. 10c

Wir erkennen: 1. Der Rechenstab liefert uns nur die Ziffern, die im Ergebnis vorkommen. Wir stellen daher auch keine Zahlen ein (also nicht etwa 1,2 oder 0,015), sondern nur die Z i f f e r n f o l g e n der Zahlen (also 12 bzw. 15). Dabei bleiben also nur die Nullen am Anfang und am Ende einer Zahl weg, nicht dagegen die in der Mitte. So haben z. B. die Zahlen 0,0705 und 70 500 je die Ziffernfolge 705 (gesprochen „sieben null fünf").

2. Das Komma oder die anzuhängenden Nullen werden durch Ü b e r s c h l a g s r e c h n u n g bestimmt. Dabei erweitert man den Divisor, falls er ein Dezimalbruch ist, zu einer ganzen Zahl.

Einfache Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit Ableseübungen im Unterteilungsabschnitt 2 - 4

In diesem Abschnitt, der ebenso lang wie die Einheitsstrecke 1 - 2 ist, besteht zwischen „2" und „3" sowie zwischen „3" und „4" je eine Zehntelteilung, wobei im Gegensatz zum Abschnitt 1 - 2 diese Skalenstriche keine Bezifferung aufweisen.
Jeder dieser 2 mal 10 = 20 Unterabschnitte hat noch einmal eine F ü n f e r t e i l u n g, d. h. man kann nur die geraden Ziffern genau ablesen, die ungeraden liegen dazwischen und müssen geschätzt werden. Besonders muß man hier wieder jeweils den kleineren und den größeren Unterabschnitt unmittelbar nach den Bezifferungen „2" und „3" beachten:



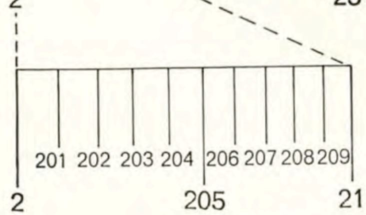


Abb. 11

Nur die fettgedruckten Ziffern „2", „3" und „4" sind auf dem Rechenstab eingezeichnet. Die dazwischen liegenden dünner gedruckten Ziffernfolgen 2.1, 2.2 usw. bis 3.9 sind auf dem Stab nicht eingezeichnet.
Die Stabbezifferungen „2" und „3" können auch als 2 ≙ 20 ≙ 200 bzw. 3 ≙ 30 ≙ 300 aufgefaßt und angesprochen werden.

Der erste Zehntelabschnitt ist in der Abbildung vergrößert herausgestellt. Die auf dem Stab dazu noch eingezeichnete Fünferteilung ist in der Abb. 10 mit 200, 202, 204, 206, 208 angegeben. Die „Mitten" dieser kleinen Abstände sind auf dem Stab nicht mehr eingezeichnet. Man soll sie aber auch ablesen und ansprechen können: 201, 203, 205, 207, 209.

39. Vergrößere in derselben Weise den Abstand zwischen 3 ≙ 30 und 3.1 und schreibe die Zwischenwerte an die Skalenstriche!

40. Vergrößere in derselben Weise (als Hausarbeit) auch die anderen 18 Unterabschnitte und schreibe an die Skalenstriche der Fünferteilung die Ziffernfolgen, die am Ende eine gerade Ziffer haben! An die **„Mitten"** dieser kleinen **Skalenabstände** schreibe die **Ziffernfolgen,** die am **Ende** eine **ungerade Ziffer** haben!

41. Löse folgende Aufgaben mit dem Rechenstab:

a)	b)	c)
1,4 · 2,5	3,5 : 2,5	Bilde selbst ähnliche Beispiele, bei denen man über die „4" nicht hinauskommt!
1,4 · 25	3,5 : 25	
1,4 · 250	3,5 : 250	
1,4 · 2500	3,5 : 2500	
1,4 · 0,25	3,5 : 0,25	
1,4 · 0,025	3,5 : 0,025	
1,4 · 0,0025	3,5 : 0,0025	

Einfache Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit Ableseübungen im Unterteilungsabschnitt 4 - 10

Alle Abschnitte zwischen zwei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen sind in Zehntel unterteilt, wobei auch hier wieder die Bezifferung dieser Skalenstriche fehlt. Alle diese kleinen Abstände zwischen zwei Skalenstrichen sind noch einmal halbiert; dabei sind diese Skalenstriche etwas kürzer als die ersteren.

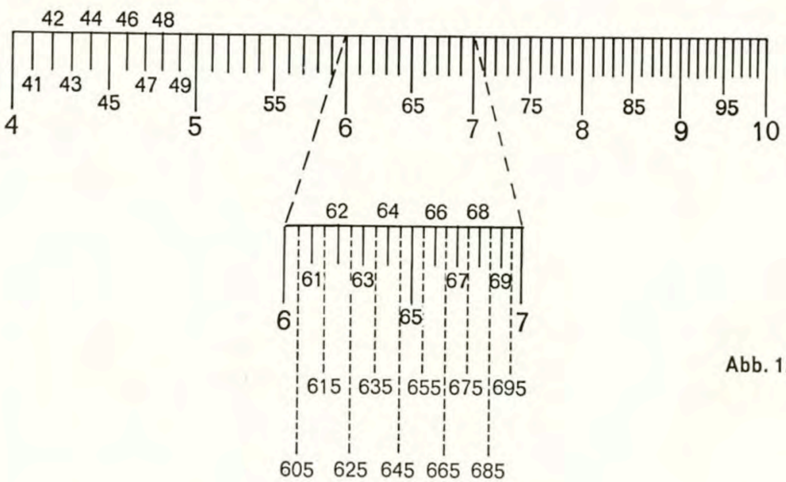


Abb. 12

In der vorstehenden Abbildung ist die Bezifferung, die sich auf dem Rechenstab befindet, fett gedruckt. Die Ziffernfolgen, die dort nicht verzeichnet sind, die aber doch auch abgelesen werden müssen, sind kleiner und dünn gedruckt. Es ist auch hier wieder besonders zu beachten, daß beim Beginn eines jeden Unterabschnitts, wenn es nötig ist, 4 ≙ 40 ≙ 400, 5 ≙ 50 ≙ 500, usw. 9 ≙ 90 ≙ 900 zu lesen ist.
Umgekehrt kann die letzte Zahl auf dem Stab, die 10, natürlich auch als 10 ≙ 1 aufgefaßt werden.

In der vorstehenden Abbildung ist der Abschnitt 6 - 7 herausgegriffen und vergrößert dargestellt. Dadurch konnten auch die kleineren Skalenstriche der Zweierteilung, also die Halbierungsstriche, eingezeichnet und beziffert werden, nämlich mit

605 ≙ „sechs null fünf"
615 ≙ „sechs eins fünf"
625 ≙ „sechs zwei fünf"
635 ≙ „sechs drei fünf"
usw. usw.
685 ≙ „sechs acht fünf"
695 ≙ „sechs neun fünf"

Genau, d. h. nach einem Skalenstrich, ablesbar sind also nur solche dreistelligen Ziffernfolgen, deren Endziffer 5 ist. Dieses richtige Ablesen ist wichtig.

42. Vergrößere in derselben Weise (als Hausarbeit) auch die anderen 5 Abschnitte und beziffere die größeren und die kleineren Skalenstriche!

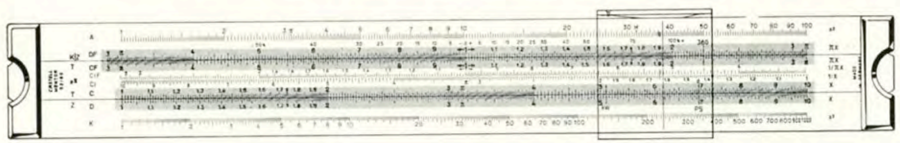


Abb. 13

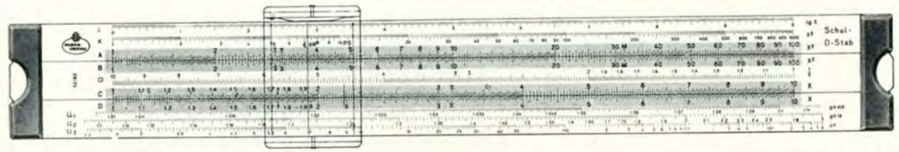


Abb. 14a

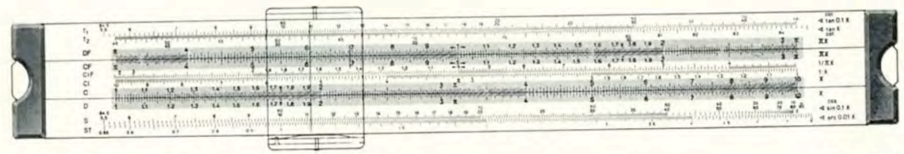


Abb. 14b

43. Löse folgende Aufgaben:

a) 2,2 · 4,5	b) 9,9 : 4,5	c) Bilde selbst ähnliche Beispiele!
2,2 · 45	9,9 : 45	
2,2 · 450	9,9 : 450	
2,2 · 4500	9,9 : 4500	
2,2 · 0,45	9,9 : 0,45	
2,2 · 0,045	9,9 : 0,045	
2,2 · 0,0045	9,9 : 0,0045	

Bei manchen selbstgewählten Beispielen der Aufgabe 43c) war das Ergebnis auf der Körperskala D nicht mehr ablesbar.

Für diesen Fall, der häufig vorkommt, gibt es mehrere **Wege des Ausweichens.** Sie hängen zum Teil vom Stab ab, der einem zur Verfügung steht, und ihr werdet sie später noch alle kennenlernen.

Wer den **„Columbus“** oder den **„Schul-D-Stab“** oder den **„Schul-Rietz“** besitzt, wird zunächst am einfachsten auf die Körperskala A und die deckungsgleiche Zungenskala B ausweichen. Mit den Kenntnissen, die ihr jetzt schon über den Rechenstab habt, könnt ihr ohne weitere Erklärungen auch auf diesen Skalen Aufgaben lösen:

44. Rechne die bisher gestellten Aufgaben der Nummern 38, 41 und 43 auf den Skalen A und B und lerne dabei, mit ihnen sicher umzugehen!

45. Bilde selbst Aufgaben, die sich auf den Skalen D und C nicht ohne weiteres rechnen lassen und löse sie!

46. a) Welcher Unterschied besteht zwischen den Skalen C und D einerseits, den sogenannten unteren Skalen, und den Skalen A und B, den sogenannten oberen Skalen?

b) Welchen Vorzug haben die oberen Skalen A und B beim Rechnen?

c) Welcher Nachteil steht diesem Vorzug gegenüber?

Die Skalen C und D, die auch G r u n d s k a l e n heißen, befinden sich auf jedem Rechenstab. Dagegen haben manche Stäbe, wie z. B. der Castell-Mentor, die Skalen CF und DF; andere wieder, wie z. B. der Schul-D-Stab und der Schul-Rietz, haben die Skalen A und B neben den schon genannten Grundskalen.

Weil also die Stäbe nicht einheitlich sind und man nicht weiß, mit welcher Art ihr das Stabrechnen lernt, und weil ihr im Jahr der Einführung in den Rechenstab nicht mit zuviel Neuerungen geplagt werden sollt, nehmen wir zunächst den Weg, bei dem man allein mit den Skalen C und D auskommt. Letzteres ist auch bei den Skalen A und B der Fall. Aber da ist, wie ihr bereits in den Aufgaben 45 und 46 festgestellt habt, das Ablesen schwieriger und das Rechnen ungenauer.

Die Skalen A und B haben euch bereits den Weg, den wir jetzt gehen wollen, gezeigt oder doch angedeutet. Wie ihr schon erkannt habt, bestehen sie aus je 2 aneinandergefügten Grundskalen, die nur im gesamten auf die Hälfte verkleinert sind, so daß sich genau die übliche Rechenstablänge ergibt. Wir könnten auch jeweils in

der rechten Hälfte der Skalen A und B bei den Zahlen die Nullen weglassen. Daß man dazu berechtigt ist, haben wir schon eingesehen; es kommt ja nur auf die Ziffernfolge einer Zahl an.

47. Versuche, auf den Grundskalen die Aufgabe 6,4 · 7,5 zu lösen!

a) Beschreibe die Einstellungen, die du vornimmst!

b) Welche Schwierigkeit, ja Unmöglichkeit besteht nun?

c) Wie könnte man sich einen möglichen Ausweg herstellen, wenn man an die Beschaffenheit der oberen Skalen A und B denkt?

48. Wer nach diesem Hinweis noch nicht auf den rettenden Einfall gekommen ist, versuche mit den selbst hergestellten Additions- und Multiplikationsstäben Aufgaben einzustellen, bei denen die Zunge rechts über den Körper hinausreicht und man also das Ergebnis nicht mehr auf der Körperskala ablesen kann.

Nach mehreren Versuchen werdet ihr alle des Rätsels Lösung gefunden haben: Um das Ergebnis ablesen zu können, müßte man rechts noch eine Körperskala anfügen. Hat man aber etwa aus Versehen die Körperskala links angefügt, dann kann man dieses Mißgeschick wieder dadurch beheben, daß man die Zunge um eine ganze Stablänge z u r ü c k s c h i e b t oder d u r c h s c h i e b t, wie man auch sagt.

Dann steht allerdings, um beim Beispiel der Aufgabe 47) 6,4 · 7,5 zu bleiben, die „10“ der Zungenskala über der Ziffernfolge 64 der Körperskala. Nun kann man mit Hilfe des Läuferstrichs unter der Ziffernfolge 75 der Zungenskala das Ergebnis 48 auf der Körperskala ablesen:

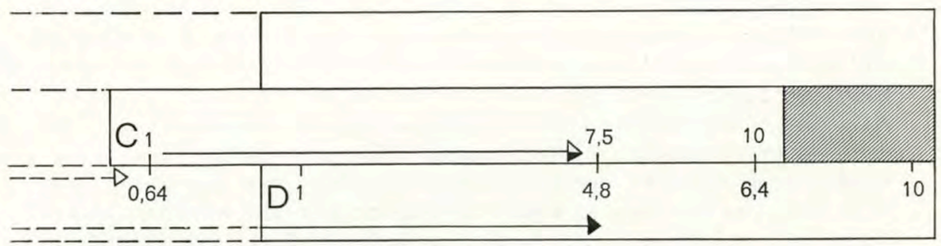


Abb. 15

Dieses Verfahren nennt man **Zungenrückschlag** oder kurz **Rückschlag** oder auch **Durchschieben der Zunge.**

Trotz dieser großartigen Lösung bleibt bei uns ein kleines Unbehagen zurück. Verloren gegangen ist nämlich die schöne Anschauung und klare Vorstellung vom **Grundgesetz unseres Rechenstabes,** daß die Multiplikation von Zahlen durch Addition ihrer Strecken und die Division von Zahlen durch die Subtraktion ihrer Strecken ersetzt wird.

Und doch ist dieser Verlust nur scheinbar eingetreten oder doch nicht ganz so schlimm ausgefallen, wie es auf den ersten Blick erscheint.

49. Was bedeutet nämlich der Zungenrückschlag um eine ganze Stablänge, d. h. um die Strecke der Zahl 10, nach dem Grundgesetz?

Infolge dieser **Division durch 10** ist der Faktor 6,4 zu 0,64 geworden. Abzulesen wäre er auf dem g e d a c h t e n , links anzusetzenden Stabkörper, wo die — ohne den angesetzten Stabkörper — ins Leere herausragende Zunge die Skalenbezifferung 1 hat. Auf unserem gedachten Stabkörper (in der Abb. 12 dick gestrichelt gezeichnet!) stellen wir uns also die Strecke der Zahl 0,64 vor. Zu dieser wird nun die Strecke der Zahl 7,5 addiert, was auf der Zungenskala in der Abb. 12 dick gezeichnet ist. Das ergibt zusammen 4,8 (in der Abb. 12 anfangs gestrichelt, dann ausgezogen gezeichnet!). Weil wir beim Durchschieben der Zunge durch 10 dividiert haben, muß das Ergebnis nun wieder mit 10 multipliziert werden. Das braucht aber nicht mit dem Stab zu geschehen; einfach durch Versetzen des Kommas.

Da beim Rechenstab die Dezimalstellen von Zahlen keine Bedeutung haben, sondern nur die Ziffernfolgen, ist es nur wesentlich, daß man auf diesem etwas umständlichen Wege zur gleichen Ziffernfolge kommt, was denn auch der Fall ist.

Dieses nicht so leicht zu verstehende Verfahren des Rückschlags, das man sich nicht ganz so klar vorstellen kann, braucht uns die Freude an dem wirklich einfachen Stabrechnen nicht zu trüben. Wir werden später nicht nach diesem Verfahren rechnen. Es sollte jetzt nur der Vollständigkeit halber angegeben werden, damit ihr imstande seid, alle Multiplikations- und Divisionsaufgaben zu lösen, auch wenn ihr auf euren Stäben die A- und die B-Skala nicht haben solltet, oder solange ihr mit der DF- und CF- sowie der CI-Skala noch nicht umgehen könnt. Jetzt sollt ihr vor allem solche Aufgaben mit dem Stab rechnen, die möglichst ohne Durchschieben der Zunge zu lösen sind. Daß ihr euch dabei im Ablesen der Ziffernfolgen übt und mit dem Rechenstab vertraut werdet wie mit einem guten Freund, das ist zunächst der Hauptzweck dieses ersten Kennenlernens des Stabes im 7. Schuljahr. Bei dieser Art der Einführung braucht ihr keine Regeln zu lernen und zu behalten außer der Haupteigenschaft des Rechenstabes, daß Zahlen multipliziert oder dividiert werden, indem man ihre Strecken auf dem Stab addiert bzw. subtrahiert. Selbst wenn jemand einmal dieses so einfache Grundgesetz ganz oder teilweise vergessen haben sollte, kann man es sich durch einen noch einfacheren und allgemeineren Grundsatz leicht in die Erinnerung zurückrufen: Man wählt ein oder zwei einfache Beispiele, etwa 2 mal 3. Da bekannt ist, daß 6 herauskommen muß, kann man danach die entsprechende Einstellung vornehmen, und bald weiß man wieder, wie das Gerät zu handhaben ist. Ein solches Verfahren hilft einem auch sonst oft im Leben weiter. Wer wirklich jetzt noch nicht zurechtkommen sollte, kann sich mit Hilfe zweier Lineale zunächst den Additionsstab ins Gedächtnis zurückrufen und dann erst zum Multiplikationsstab greifen. Entsprechend wählt man für das Verfahren des Rückschlags ein leichtes Beispiel wie 3 mal 5 = 15, wenn man sich nicht mehr ganz sicher fühlen sollte.

50. Dividiere am Rechenstab:
36 : 2, 36 : 3, 36 : 4, 36 : 6, 36 : 8, 36 : 9.

51. Wo mußt du bei den letzten vier Beispielen ablesen, bei denen die „1" der Zungenskala C links über die Körperskala D hinausreicht und man daher unter der „1" nicht mehr ablesen kann?

Du kennst durch Kopfrechnen die Ergebnisse der einzelnen Beispiele und kannst dann leicht finden, wo abzulesen ist.

52. Wie sind Dividend und Divisor dem Größenverhältnis nach beschaffen, wenn die „1" der Zungenskala C links über die Körperskala D hinausreicht, so daß man unter der „10" ablesen muß?

53. Gibt es beim Dividieren auch einen Rückschlag der Zunge?

Wir erkennen: Beim Dividieren ist das Durchschieben der Zunge nicht nötig. Man liest unter der „1" o d e r unter der „10" ab, je nachdem welche dieser beiden Marken sich gerade über der Körperskala befindet, also nicht rechts oder links darüber hinausragt.

Die beiden Beispiele 36 : 3 und 36 : 4, bei denen man zum Ablesen der Ergebnisse von der „1" auf die „10" der Zungenskala übergehen muß, sollen durch die folgenden beiden Abbildungen noch einmal besonders herausgestellt werden:

Abb. 16a: 36 : 3 = 12 Abb. 16b: 36 : 4 = 9

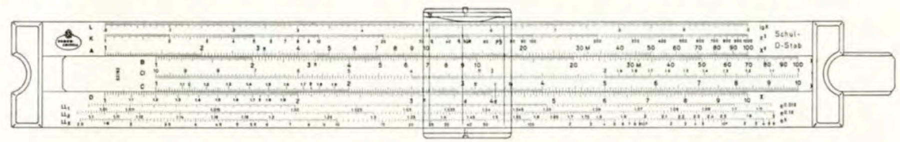


Abb. 16a

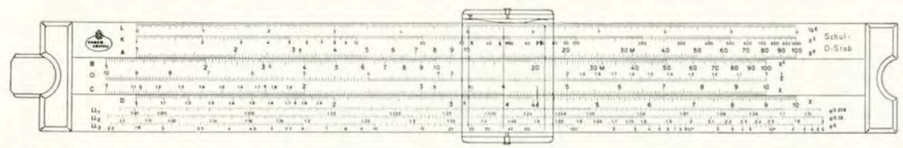


Abb. 16b

CASTELL Demonstrations-Rechenstäbe

CASTELL-Demonstrations-Rechenstäbe sind wertvolle Hilfsmittel für den Schulunterricht. Sie werden wegen ihrer soliden Ausführung und wegen des genauen und übersichtlichen Skalenbildes bevorzugt.

CASTELL-Demonstrations-Rechenstäbe sind aus Spezialholz mit abwaschbarer Astralonauflage gefertigt.

Alle Modelle mit praktischer Aufhängevorrichtung: Doppelstäbe mit Schwenkbügel.

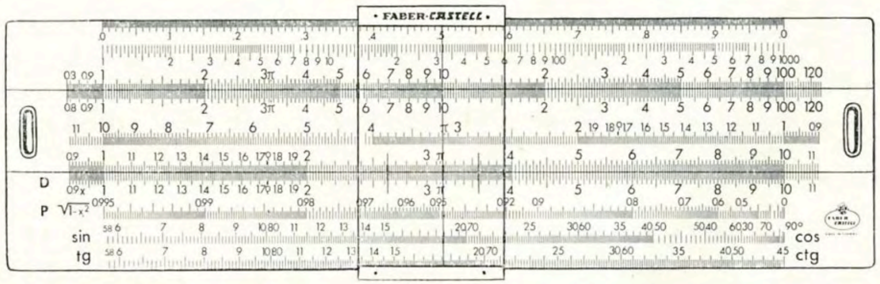
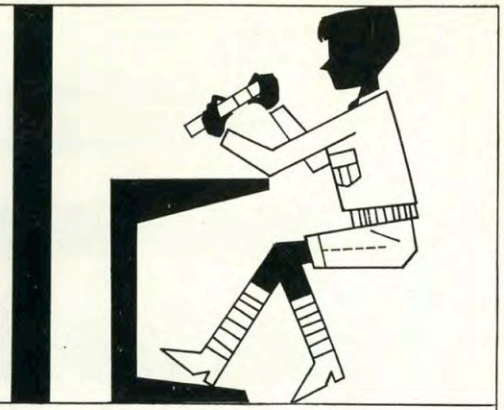


Abb. eines Demonstrations-Rechenstabes System Darmstadt

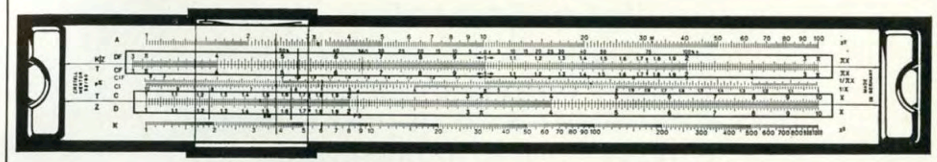
Für die Volksschule:	334/86	Columbus	in 1 m	Skalenlänge
	334/87	Rietz	in 1 m	Skalenlänge
	315/87	Rietz	in 1,50 m	Skalenlänge
	334/80	Mentor	in 1 m	Skalenlänge

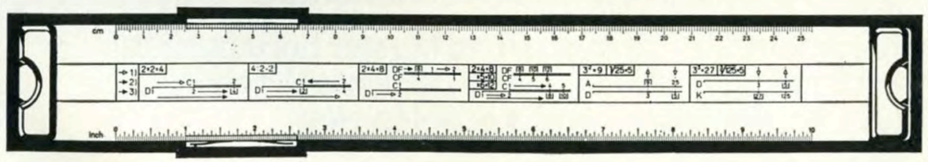
Castell Mentor 52/80 für Volks- und Realschulen



Unser Erfolgs-Rechenstab!

- Schulrechenstab zum Multiplizieren, Dividieren, Quadrieren, Quadrat-Wurzelziehen, Tabellenbilden, Kubieren, Kubik-Wurzelziehen.
- π-versetzte Skalen DF, CF, CIF, Hauptskalen mit Grünstreifen. Auch für kaufmännisches Rechnen. Einstellbilder auf Schieberrückseite.
- Als Lehrheft und Anleitung liegt bei jedem Rechenstab eine "Rechenstabfibel".
- Demonstrations-Rechenstab 334/80 in 1m Skalenlänge.





Lassen Sie Sich den Castell-Mentor vorlegen.

Fordern Sie auch den "Castell-Rechenstab-Lehrgang für den Kaufmann" an.

Weitere Unterlagen senden wir Ihnen gern.